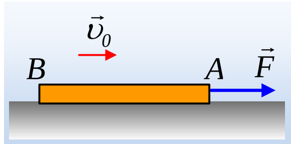
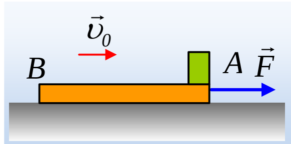
Ένα σώμα πάνω σε σανίδα που σύρεται, σαν Φ.Ε.



Σε οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_0=3m/s μια μακριά σανίδα μάζας M=10kg, με τη επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης F=40N, όπως στο σχήμα

1) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα και να υπολογίστε την τριβή που δέχεται από το επίπεδο.
   i) Να υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και επιπέδου.



Σε μια στιγμή t_0=0, αφήνουμε στο άκρο Α της σανίδας, χωρίς αρχική ταχύτητα, ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m=4kg, μικρών διαστάσεων, το οποίο εμφανίζει τριβή με τη σανίδα. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα της σανίδας μειώνεται, παρότι συνεχίζει να ασκείται πάνω της η δύναμη F.

2) το σώμα $Σ_1$ θα δεχθεί δύναμη τριβής από τη σανίδα με φορά:

   α) προς τα δεξιά, β) προς τ' αριστερά.

3) Η τριβή που δέχεται η σανίδα από το επίπεδο:

   α) θα αυξηθεί, β) θα μειωθεί, γ) θα παραμείνει σταθερή.

   Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

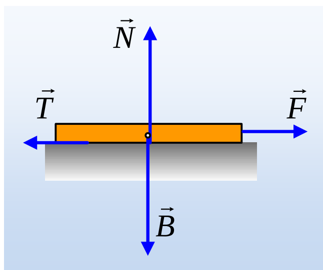
4) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα και στο σώμα $Σ_1$, μόλις το σώμα τοποθετηθεί πάνω στη σανίδα.

Τη στιγμή t_1=1s, η ταχύτητα της σανίδας παίρνει την τιμή υ΄=1m/s.

5) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τη μείωση της ταχύτητας της σανίδας από 0-1s;
   i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της σανίδας στο χρονικό διάστημα 0-t_1.
6) Πόσο μετατοπίζετε η σανίδα στο ίδιο χρονικό διάστημα;
7) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στη σανίδα από το σώμα $Σ_1$.
   i) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και σώματος $Σ_1$.
8) Μπορείτε να περιγράψετε την κίνηση του σώματος $Σ_1$;
   i) Βρείτε την επιτάχυνση του $Σ_1$, καθώς και την ταχύτητά του τη στιγμή t_1.
   ii) Πόσο απέχει το σώμα $Σ_1$ από το άκρο Α της σανίδας τη στιγμή t_1;

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:



1) Αφού η σανίδα κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ πάνω της ασκείται η δύναμη F, το επίπεδο δεν θα είναι λείο, οπότε δέχεται τριβή ολίσθησης κατά την κίνησή της. Έτσι στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω της, για τις οποίες, επειδή η σανίδα κινείται με

σταθερή ταχύτητα θα ισχύει $\Sigma F_x = 0$ ή

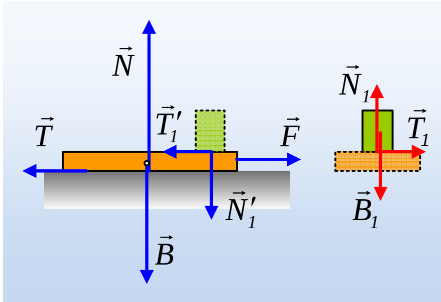
$$F\text{-}T=0 \rightarrow T=F=40N.$$

i) Η σανίδα δεν κινείται στην κατακόρυφη διεύθυνση, συνεπώς ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F_y=0 \text{ ή } N=B=Mg=20\cdot 10N=100N$$

Ενώ $T=\mu N \rightarrow$

$$\mu=\frac{T}{N}=\frac{40N}{100N}=0{,}4$$



2) Μόλις πάνω στη σανίδα αφεθεί (χωρίς αρχική ταχύτητα) το σώμα Σ_1, η σανίδα κινείται ως προς το σώμα Σ_1, με αποτέλεσμα να δεχτεί δύναμη τριβής $T_1΄$, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε η αντίδρασή της T_1 θα ασκηθεί στο σώμα Σ_1 και θα έχει φορά προς τα δεξιά.

3) Το σώμα Σ_1 εκτός από την τριβή T_1 και το βάρος B_1, δέχεται από τη σανίδα και την κάθετη αντίδρασή της (τη δύναμη στήριξης N_1), όπως στο παραπάνω σχήμα. Αλλά τότε η σανίδα στην κατακόρυφη διεύθυνση δέχεται τις εξής δυνάμεις: Το βάρος Β, την κάθετη αντίδραση από το επίπεδο Ν (τη δύναμη στήριξης) και την αντίδραση $N_1΄$από το σώμα Σ_1. Στην διεύθυνση αυτή η σανίδα ισορροπεί, οπότε $N=B+N_1΄$, πράγμα που σημαίνει ότι η κάθετη αντίδραση αυξήθηκε από την τιμή $N_{αρχ}=B=Mg=100N$, στην τιμή $N_{τελ}=B+N_1΄= B+N_1=B+B_1=100N+mg=140N$. Η αύξηση όμως της κάθετης αντίδρασης συνεπάγεται και αύξηση της τριβής που δέχεται από το επίπεδο, από την αρχική τιμή των 40Ν στην τιμή $T=\mu\cdot N_{τελ}=0{,}4\cdot 140N=56N$.

4) Στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμει που ασκούνται σε κάθε σώμα ξεχωριστά.

5) Αφού αυξήθηκε η ασκούμενη στη σανίδα τριβή από το έδαφος, ενώ ταυτόχρονα δέχεται και την τριβή $T_1΄$από το σώμα Σ_1, δεν θα ισχύει πια η σχέση ισορροπίας $\Sigma F_x=0$, αφού οι δυο τριβές είναι μεγαλύτερες της δύναμης F. Οπότε η σανίδα επιβραδύνεται μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon_1=1m/s$.

i) Η τριβή T_1' που ασκείται στη σανίδα, είναι τριβή ολίσθησης, συνεπώς σταθερού μέτρου, οπότε εφαρμόζοντας το 2^o νόμο του Νεύτωνα για την οριζόντια κίνηση της σανίδας έχουμε:

$$\Sigma F_x = Ma \rightarrow F-T-T_1' = Ma \quad (1)$$

Με βάση τη σχέση (1) η σανίδα αποκτά σταθερή επιτάχυνση. Για την τιμή της έχουμε:

$$a=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\frac{\upsilon'-\upsilon_0}{t_1-t_0}=\frac{1-3}{1-0}m/s^2=-2m/s^2.$$

6) Για τη μετατόπιση της σανίδας στο παραπάνω χρονικό διάστημα έχουμε:

$$\Delta x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}at^2=\left(3\cdot 1+\frac{1}{2}(-2)\cdot 1^2\right)m=2m$$

7) Επιστρέφοντας στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$T_1' = F - T - Ma = 40N - 56N - 10(-2)N = 4N$$

i) Με βάση το παραπάνω σχήμα και τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα $Σ_1$, η αντίδραση της $T_1΄$, η τριβή T_1 η οποία ασκείται στο $Σ_1$, έχει επίσης μέτρο T_1=4N, οπότε:

$$T_1 = \mu_1 N_1 \rightarrow \mu_1 = \frac{T_1}{N_1} = \frac{4N}{40N} = 0{,}1$$

8) Το σώμα $Σ_1$ δέχεται οριζόντια δύναμη (την τριβή T_1) με φορά προς τα δεξιά, συνεπώς για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη αυτή (για όσο χρόνο δηλαδή υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ σανίδας και σώματος $Σ_1$), το σώμα θα επιταχύνεται προς τα δεξιά.

i) Το σώμα $Σ_1$ με την επίδραση της τριβής T_1 αποκτά επιτάχυνση:

$$ΣF_1 = m\cdot α_1 \rightarrow a_1 = \frac{ΣF_{1x}}{m} = \frac{T_1}{m} = \frac{4N}{4kg} = 1m/s^2$$

εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$υ_1 = α_1\cdot t \quad και \quad Δx_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2$$

Οπότε τη στιγμή t_1 έχουμε:

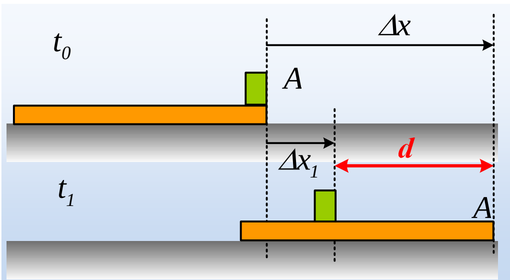
$$υ_1 = α_1\cdot t_1 \quad = 1\cdot 1m/s = 1m/s$$

Έχει δηλαδή αποκτήσει την ίδια ταχύτητα με τη σανίδα.

ii) Με αντικατάσταση εξάλλου στην εξίσωση της μετατόπισης παίρνουμε:

$$Δx_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}1\cdot 1^2 m = 0{,}5m$$

Ας δούμε τι έγινε με τις παραπάνω μετατοπίσεις. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις θέσεις της σανίδας και του σώματος $Σ_1$ τις χρονικές στιγμές t_0 και t_1, όπου Δx=2m και $Δx_1$=0,5m.



Έτσι με βάση το σχήμα, το σώμα $Σ_1$ γλίστρησε κατά:

$$d = Δx - Δx_1 = 2m - 0{,}5m = 1{,}5m$$

συνεπώς το $Σ_1$ απέχει κατά 1,5m από το άκρο A της σανίδας, τη στιγμή αυτή.

Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης